

制御工学1 2010年度 試験問題 (松野)

- 問1 a) 単位ステップ関数に対するラプラス変換を定義に基づいて計算せよ。
 b) 安定余裕と位相余裕について図を用いて説明せよ。
 c) 特性方程式の解と代表根とシステムの応答の関係について説明せよ。(図も用いても良い.)
- 問2 モータの運動方程式は

$$J\ddot{\theta}(t) + \mu\dot{\theta}(t) = u(t)$$

で表現される。ここで、 $\theta(t)$ はモータのロータの回転角度、 $J > 0$ はモータのロータの慣性モーメント、 $\mu > 0$ は粘性摩擦係数、 $u(t)$ はモータのトルクである。

- a) 入力をモータのトルク、出力をモータのロータの回転角度としたときのシステムの伝達関数を求め、システムの安定性を調べよ。
 b) 閉ループ系の極を α_1, α_2 とするためのフィードバック則を求めよ。
- 問3 図1のフィードバック制御系について考える。

- a) $D(s) = 0$, $C(s) = k_p + k_d s$, $P(s) = \frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)}$ としたときの閉ループ系の極を $a \pm bj$ とするためのフィードバックゲインを求めよ。

- b) $C(s) = k_p + k_d s + k_i \frac{1}{s}$, $P(s) = \frac{s+\gamma}{(s+\alpha)(s+\beta)}$ として、 $R(s)$, $D(s)$ に単位ステップ関数を入力した場合

の定常偏差を求め、その結果から定常偏差を小さくするためには $C(s)$ のパラメータをどのように設計すればよいかを説明せよ。

- 問4 図1のフィードバック系において $P(s) = \frac{s+2}{s(s^3+2s^2+5s+5)}$, $C(s) = k$, $D(s) = 0$ とする。この場合に

閉ループ系を安定にする k の範囲を求めよ。

- 問5 2自由制御系について説明せよ。

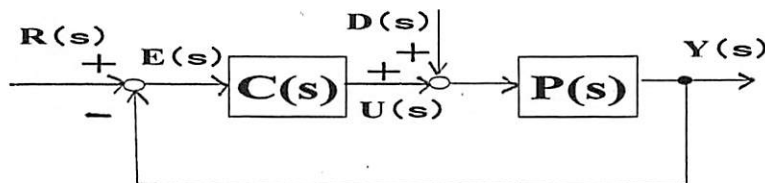


図1 フィードバック制御系

制御工学1 期末試験問題

担当 杉江・石川

2009年7月16日 8:45~10:15

注意事項

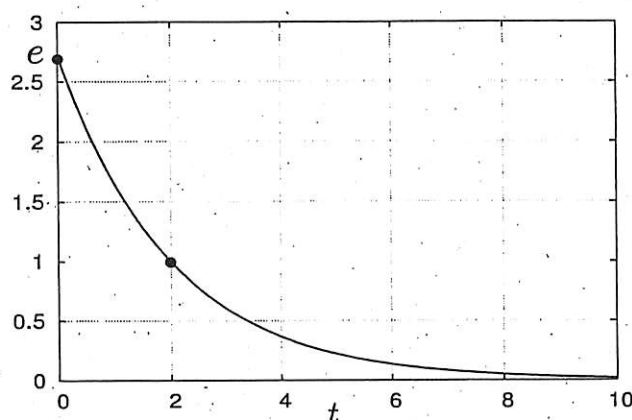
- 自筆の A4 メモ 1 枚のみ参照してよい。
- 解答の導出過程をきちんと説明すること。説明の不十分なものは減点の対象とする。

問1

1. 次の関数 $f(t)$ をラプラス変換せよ。

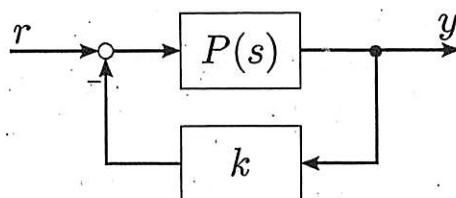
$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ t \sin \omega t & (t \geq 0) \end{cases}$$

2. あるシステムのインパルス応答を調べたところ、下図のように減衰する指数関数となった。このシステムの伝達関数を求めよ。



- 問2 下図のフィードバック制御系について問いに答えよ。ただし k は正の実数であり、 $P(s)$ の入出力関係は次の微分方程式で表されるとする。

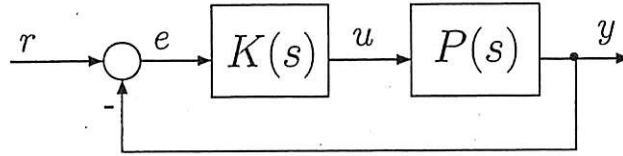
$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 3y(t) = u(t)$$



1. r から y への伝達関数 $G_{yr}(s)$ を求めよ。
2. ステップ入力 $r(t) = u_s(t)$ に対する定常出力 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ を k を用いて表せ。
3. $k = 1$ のとき、ランプ入力 $r(t) = t$ に対する出力 $y(t)$ を求めよ。

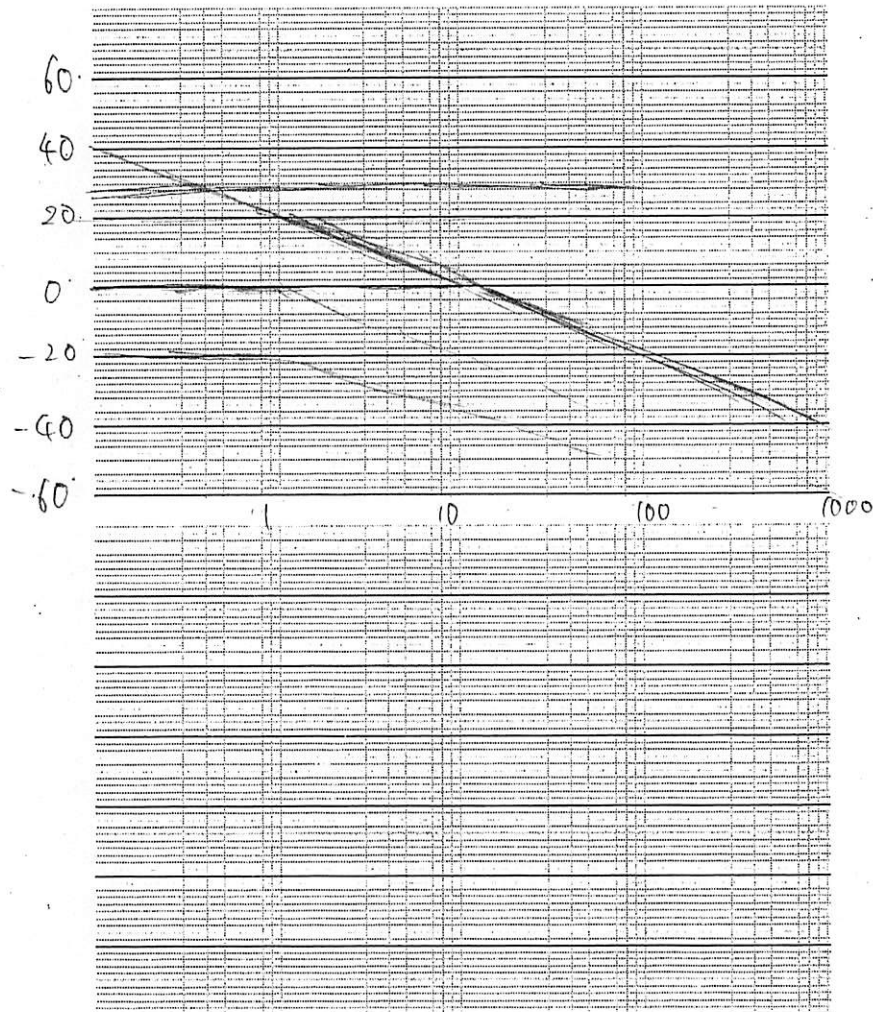
問3 下図のフィードバック制御系について問いに答えよ。

ただし $P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+10)}$, $K(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$ とし, K_P, K_I は実数とする。



1. フィードバック制御系が内部安定となるための条件を求めよ。
2. $K_P = 1, K_I = 30$ のときの $P(s)K(s)$ のボード線図の概形を描き、ボード線図中にゲイン余裕と位相余裕を示せ. $\log_{10} 3 \approx 0.5$ としてよい。
3. K_P を固定したとき, K_I を変化させることがどのような効果を持つか説明せよ。

※下書用メモ：片対数方眼紙



【制御工学Ⅰ 小テスト】

※ 日付, 科目名, 学年, コース名, 氏名 (ふりがな), 学籍番号を最上段に明示すること.

※ 計算過程 (あるいは解答の根拠) を明確にすること.

※ 解答用紙は裏面を用いて良い.

【1】 伝達関数が次式で与えられる系を対象として下記の問いに答えよ.

$$G(s) = \frac{4}{s+2}$$

(a) この系のゲイン K と時定数 T を求めよ.

(b) この系のステップ応答の概形を描け.

(c) 入力を u , 出力を y として, この系を微分方程式で記述すると

$$\dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$

$$(s + a_0) Y(s) = b_0 U(s)$$

$$U(s) \cdot G(s) = Y(s)$$

$$U(s) = \frac{Y(s)}{G(s)} = \frac{b_0}{s + a_0}$$

となる. このときの定数 a_0, b_0 を求めよ.

(d) ステップ応答の出力の定常値 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ と初期速度 $\dot{y}(0)$ を求めよ.

$$\hookrightarrow T = \frac{1}{2}$$

$$\hookrightarrow G(0) = \frac{2}{1} = 2$$

【2】 微分方程式で

$$\ddot{y}(t) = u(t)$$

で記述される回転体に対して

$$u(t) = (r(t) - y(t)) - K\dot{y}(t)$$

なるフィードバック制御系を構成した. $y(t)$ は回転体の角度, $u(t)$ は入力トルク, $r(t)$ は目標値信号で, K は正定数である. このとき, 下記の問いに答えよ.

(a) この制御系の r から y への伝達関数を求めよ. $G(s) = \frac{7}{s^2 + 1}$

(b) ステップ目標値 r に対する出力 y の応答が振動的とならないためには K をどのように選ぶべきか?

【3】 伝達関数の分母多項式が次式で与えられるとき, システムが安定となるゲイン K の範囲を求めよ.

$$s^3 + 3s^2 + 2s + K$$

$$U(s) = r(s) - y(s) - K \cdot s \cdot y(s)$$

$$(s^2 + 1 + Ks) Y(s) = r(s)$$

制御工学 1 試験問題 (担当: 横小路)

平成 18 年 7 月 27 日 (木)

問題 1. 図 1 に示す電気回路について以下の問に答えよ。

- (1) 図 1 に示すように, 電圧 v_i を入力とし, 電圧 v_o を出力としたときの系の伝達関数を求めよ。
- (2) 図 1 の系をブロック線図で表現せよ. 各ブロックは R_1 , R_2 , C などの個々の要素ごとのものとする。
- (3) 上の (2) で求めたブロック線図に等価変換則を適用し, (1) で求めた伝達関数になることを確かめよ。

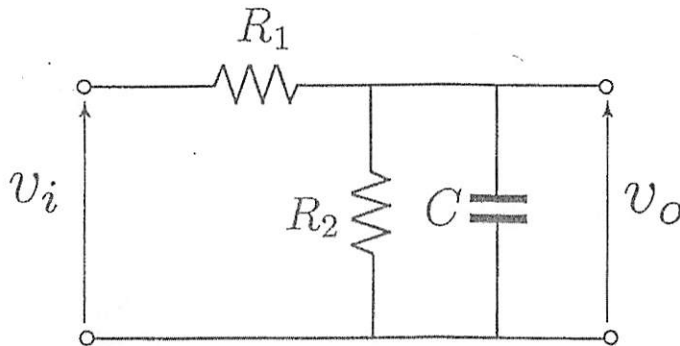


図 1: 電気回路

問題 2. 伝達関数 $G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+9)}$ で与えられる系に対して以下の問に答えよ。

- (1) この系に入力として $u(t) = \sin(3t)$ という正弦波入力を加えた場合の出力 $y(t)$ を過渡応答も含めて求めよ。ただしすべての初期値 ($y(0)$, $y'(0)$, $y''(0)$, $y'''(0)$) は 0 とする。
- (2) 上の (1) の結果から, 入力 $u(t) = \sin(3t)$ を加えたときのこの系の定常状態でのゲインと位相角を求めよ。
- (3) 上で求めたゲインと位相角が, 伝達関数 $G(s)$ に $s = j\omega$ を代入して直接求められるゲインと位相角と一致することを確認せよ。

(問題は裏面に続く)

問題3. 図3は、あるフィードバック系の一巡伝達関数の周波数応答をボード線図で示したものである。ただし点線はゲイン曲線の折れ線近似である。この図をもとに以下の問いに答えよ。

(1) ボード線図の概形からこの一巡伝達関数は $G(s) = \frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$ の形になることが分かる。パラメータ T_1, T_2, K を推定するにあたって、以下の文のカッコ内に適当な数値または式を入れよ。

まず、ゲイン曲線の折れ点周波数から、 $T_1 = (\text{ア})$ 、 $T_2 = (\text{イ})$ (ただし $T_1 < T_2$) となる。次に周波数 $\omega = 0.01[\text{rad/s}]$ でのゲインは $(\text{ウ})[\text{dB}]$ であり、このとき ω は十分小さいので $G(s)$ は (エ) と近似できる。これより、 $K = (\text{オ})$ と求まる。

(2) ボード線図からこのフィードバック系のゲイン余裕を dB 値で読み取れ。またこれより、このフィードバック系では K の値が今よりもおよそ何倍大きくなると不安定になるかを示せ。

(3) ボードの定理に関して以下の文のカッコ内に適当な数値または式を入れよ。

ボード線図で同じゲイン曲線を持つシステムの中で位相遅れが最も小さいものを (カ) という。 (カ) であれば、ゲイン曲線から位相曲線が一意に定まり、特にゲイン曲線が (キ) の一定の勾配を持つ区間の位相は $-90[\text{deg}]$ に、 (ク) の一定の勾配を持つ区間の位相は $-180[\text{deg}]$ になる。

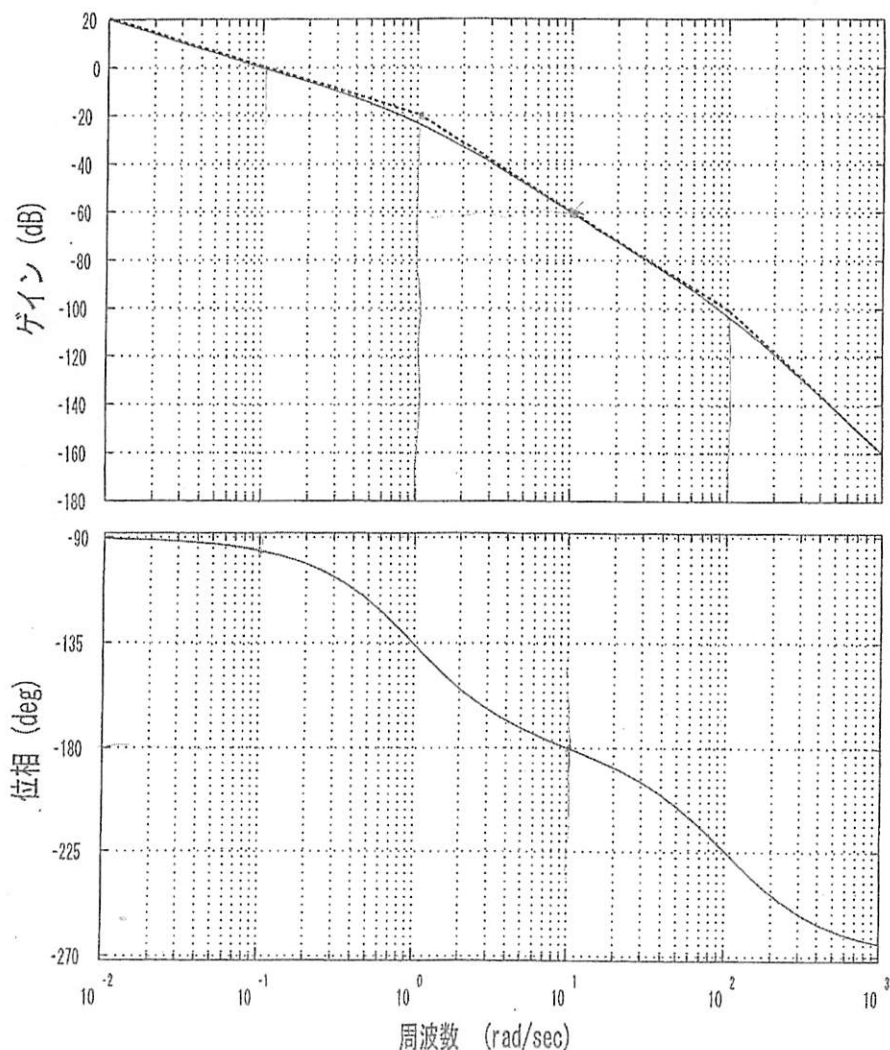


図3: ボード線図

制御工学1 試験問題 (担当: 横小路)

平成17年7月28日 (木)

問題1. 以下に示す場合における系の伝達関数を求めよ。

(1) 図1に示すようにてこを介して力が加えられるバネ・ダンパ・質量系において、力 f を入力とし、変位 x を出力としたとき。ただし変位 x は微小な範囲とする。

(2) 図2に示す電気回路において、電圧 v_i を入力とし、電圧 v_o を出力としたとき。

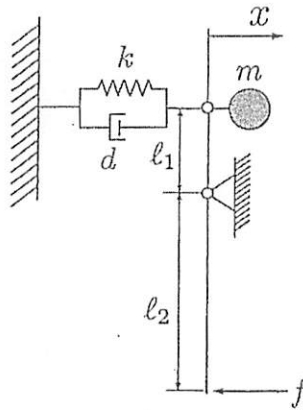


図1: 変位系

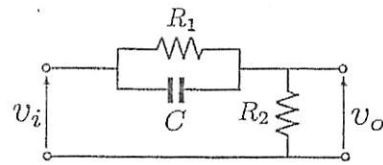


図2: 電気回路

問題2. 以下の問に答えよ。

(1) ある時間関数 $f(t)$ のラプラス変換を $F(s)$ とし、 $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ と書くことにする。このとき $\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a)$ の関係が成り立つことを示せ。

(2) 2次遅れ要素 $G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0}$ は、 $a_0 > 0$ とすると適当な変数変換を施すことで

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

という標準形に変換できる。 $0 \leq \zeta < 1$ の時、この系のインパルス応答は、

$$g(t) = \frac{K\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t \quad (1)$$

で与えられる。このインパルス応答 $g(t)$ を ζ, ω_n の値によって適当に場合分けし、応答が安定、不安定（発散、安定限界）となるのはどのような時かについて論ぜよ。適宜 $g(t)$ の応答波形（厳密でなくてもよい）をグラフで示すこと。

(3) 上の式(1)が成り立つことを示せ。このとき $\mathcal{L}[\sin(\omega t)] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ の関係と(1)の $\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a)$ という性質を使ってよい。

(問題は裏面に続く)

問題3. あるシステムの周波数応答特性を調べたところ、図3に示すようなボード線図を得た。

この系に $\sin \omega t$ の入力を加えたときの定常出力を $a \sin(\hat{\omega} t + b)$ とおく。このとき (a) $\omega = 0.1[\text{rad/s}]$, (b) $\omega = 10[\text{rad/s}]$, (c) $\omega = 100[\text{rad/s}]$ のそれぞれの場合における $a, \hat{\omega}, b$ のおおよその値をボード線図から読み取ることによって求めよ。ただし $a > 0, -\pi \leq b \leq \pi$ とする。

解答は、解答用紙に以下の表を書き、その空欄を埋めることを行うこと(単位に注意)。

解答用紙に書くべき表

	a	$\hat{\omega} [\text{rad/s}]$	$b [\text{rad}]$
(a)			
(b)			
(c)			

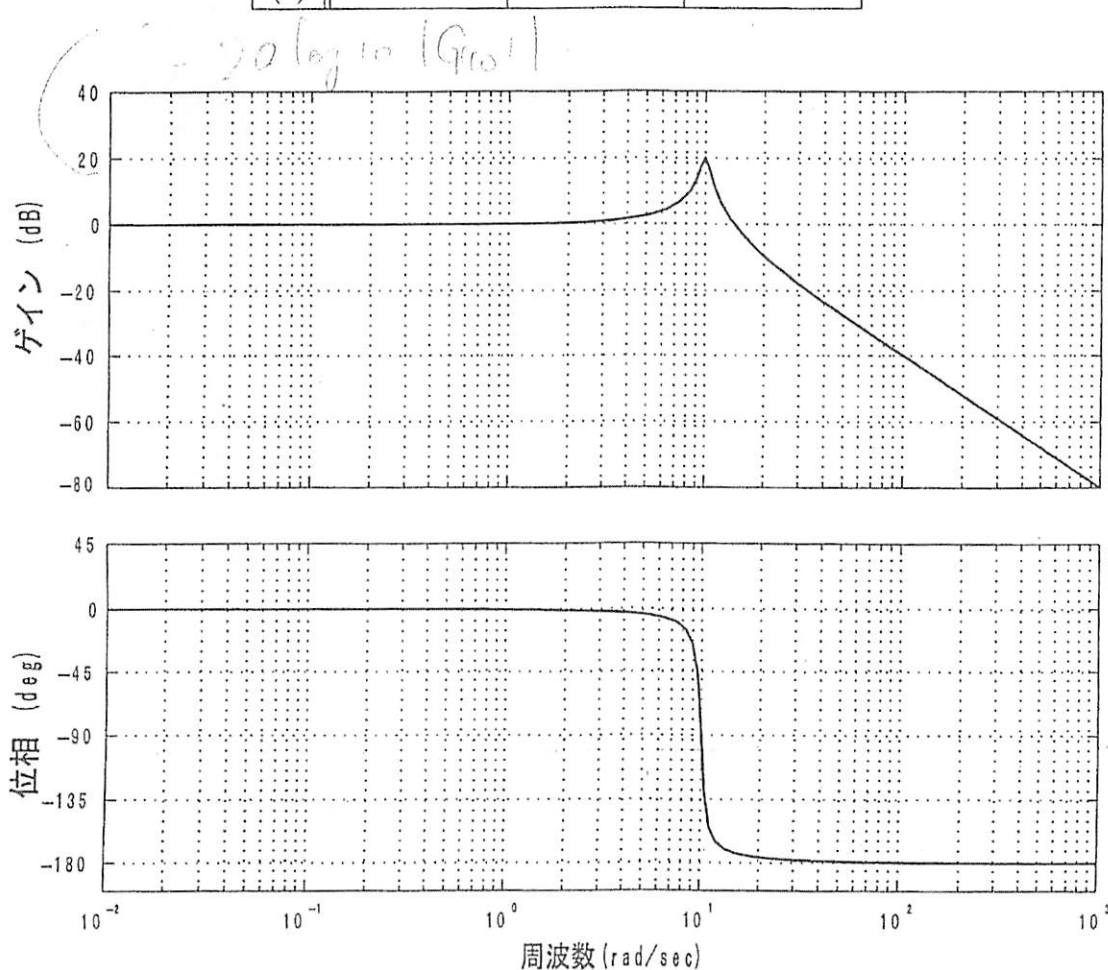


図3: ボード線図