問1

(a) $u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t\geqq 0\end{cases}$

$$F(s)=\int_0^\infty u(t)e^{-st}dt=\int_0^\infty e^{-st}dt=\frac{1}{s}$$

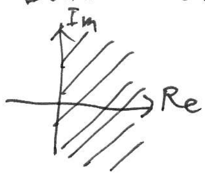
(b) フィードバック制御の安定性の質を安定余裕と呼び、定量的にその質を評価する指標が、ゲイン余裕と位相余裕である。なお、この2つが正であれば安定である。

位相余裕…フィードバック系が安定のとき開ループ伝達関数 $P(s)K(s)$ の位相線図を考える。ゲイン線図が 0[dB] を横切るときの周波数を ω_{cg} とすると

位相余裕 P_m は次のとおり。

$$P_m=\angle(P(j\omega_{cg})K(j\omega_{cg}))+180^\circ$$

(c) フィードバックにおいて伝達関数の分母多項式を0とたときの特性根の以下の図の斜線に含まれないならシステムは安定である。



問2

(a)
$$J\frac{d^2\theta(t)}{dt}+\mu\frac{d\theta}{dt}=u(t)$$

$\dot{\theta}(t)=\ddot{\theta}(t)=0$ とする

$$Js^2\Theta(s)+\mu s\Theta(s)=U(s)$$

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)}=\frac{1}{Js^2+\mu s}$$

(b)

$$s^2+\frac{\mu}{J}s=0$$

$$\alpha_1+\alpha_2=\frac{\mu}{J}$$

$$\alpha_1\alpha_2=0$$

問3

(a)

$$R(s)G(s)=Y(s)$$

$$G(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}$$

$$1+C(s)P(s)= s k_p + s^2 k_d + (s+\alpha)(s+\beta)=0$$

$$(1+k_d)s^2+(\alpha+\beta+k_p)s+\alpha\beta=0$$

$$a^2+b^2=\frac{\alpha\beta}{1+k_d} \Leftrightarrow k_d=\frac{\alpha\beta}{a^2+b^2}-1$$

$$-2a=\frac{\alpha+\beta+k_p}{1+k_d} \Leftrightarrow -2a=\frac{\alpha+\beta+k_p}{\alpha\beta}(a^2+b^2) \Leftrightarrow \frac{-2a}{a^2+b^2}\alpha\beta-\alpha-\beta=k_p$$

(b)

$$e_s=\lim_{s\to 0} sE(s) \quad , E(s)=W_{re}(s)R(s)+W_{de}(s)D(s)$$

$$=\frac{1}{1+C(s)P(s)}\cdot R(s)+\frac{P(s)}{1+C(s)P(s)}D(s)$$

$R(s)=D(s)=\frac{1}{s}$ (単位ステップ関数なので)

$$e_s=\lim_{s\to 0}$$

問4

$$0 = s^4 + 2s^3 + 5s^2 - ks + 5 - 2k$$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -k & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 5-2k & 0 \\ 0 & 2 & -k & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 5-2k \end{bmatrix}$$

$-k > 0 \Rightarrow k < 0$

$5-2k > 0 \Rightarrow \frac{5}{2} > k$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 2 & -k \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 10 + k > 0 \qquad k > -10$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} 2 & -k & 0 \\ 1 & 5 & 5-2k \\ 0 & 2 & -k \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 5 & 5-2k \\ 2 & -k \end{vmatrix} = 2(-5k - (10-4k))$$

$$= -10k - 10 + 8k$$

$$= -10 - 2k > 0 \quad \frac{10}{2} > k \quad 5 > k$$

$$H_4 = \begin{vmatrix} 2 & -k & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 5-2k & 0 \\ 0 & 2 & -k & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 5-2k \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 5 & 5-2k & 0 \\ 2 & -k & 0 \\ 1 & 5 & 5-2k \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} -k & 0 \\ 5 & 5-2k \end{vmatrix}$$

$$= 10(-5k + 2k^2) > 0$$

$$2k(k - \tfrac{5}{2}) > 0 \qquad k<0,\ \tfrac{5}{2} < k$$

$$-10 < k < 0$$

問5

2自由系制御とは、フィードバック制御によって閉ループ系を安定化し、さらにフィードフォワード制御によって閉ループ系の応答を修正すること。

$$y = \frac{PK_b}{1+PK_b} K_f r + \frac{1}{1+PK_b} w$$